MBT1 – 6. cvičení

14. 12. 2012

1 Vektorové prostory

1. Zjistěte, zda jsou uvedené vektory lineárně (ne)závislé.

a) $(3, 4, 3)$, $(1, 3, -1)$, $(1, -1, 1)$, $(1, 2, 3)$;

b) $(0, 0, 0)$, $(1, 2, 3)$, $(0, 2, 4)$;

c) $(1, 3, 0)$, $(-3, 0, -9)$, $(1, 1, 2)$;

d) $(1, 2, 3)$, $(3, 1, -1)$, $(4, 3, 3)$;

e) $(1, 2, -1, 1)$, $(2, -1, 4, 10)$, $(1, 0, 3, -5)$, $(2, 5, 2, 2)$;

f) $(1, 2, 3, 4)$, $(1, 1, 2, 3)$, $(1, 5, 1, 2)$;

g) $(1, -1, 1, 1, -2, 0)$, $(2, 1, -1, -1, 1, 1)$, $(3, 3, -3, -3, 4, 2)$, $(4, 5, -5, -5, 7, 3)$.

2. Pro které $\lambda \in \mathbb{R}$ je vektor $\boldsymbol{b}$ lineární kombinací vektorů $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$?

a) $\boldsymbol{a}_1 = (2, 3, 5)$, $\boldsymbol{a}_2 = (1, -6, 1)$, $\boldsymbol{a}_3 = (3, 7, 8)$, $\boldsymbol{b} = (7, -2, \lambda)$;

b) $\boldsymbol{a}_1 = (2, 4, 7)$, $\boldsymbol{a}_2 = (3, 2, 5)$, $\boldsymbol{a}_3 = (5, 6, \lambda)$, $\boldsymbol{b} = (1, 3, 5)$;

c) $\boldsymbol{a}_1 = (3, 2, 6)$, $\boldsymbol{a}_2 = (5, 1, 3)$, $\boldsymbol{a}_3 = (7, 3, 9)$, $\boldsymbol{b} = (\lambda, 2, 5)$.

3. Najděte alespoň tři různé báze prostoru $\mathbb{R}^n$.

4. Najděte bázi vektorového prostoru $V = \langle \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \rangle$, která obsahuje vektor $\boldsymbol{a}$.

a) $\boldsymbol{u} = (1, 2, 1, -1)$, $\boldsymbol{v} = (-1, 0, 2, 1)$, $\boldsymbol{w} = (2, -1, -2, 0)$, $\boldsymbol{a} = (2, 1, 1, 1)$;

b) $\boldsymbol{u} = (3, -2, 2, 1)$, $\boldsymbol{v} = (-2, 3, 2, 2)$, $\boldsymbol{w} = (1, -4, -6, -5)$, $\boldsymbol{v} = (1, 1, 4, 3)$

5. Najděte bázi prostoru $\mathbb{R}^5$, která obsahuje vektory

a) $\boldsymbol{u} = (1, 2, 0, 1, 2)$, $\boldsymbol{v} = (2, 1, -1, 0, 2)$, $\boldsymbol{w} = (-1, 0, 2, 3, -1)$;

b) $\boldsymbol{u} = (-1, 0, 3, -2, 1)$, $\boldsymbol{v} = (1, 2, -2, 3, -2)$, $\boldsymbol{w} = (-1, 2, 4, -1, 0)$.

6. Dokažte, že množina V všech vektorů tvaru (a, b, a, b, a, b) je podprostor $\mathbb{R}^6$, najděte jeho bázi a dimenzi.

Výsledky:

1. a) závislé, b) závislé, c) závislé, d) nezávislé, e) nezávislé, f) nezávislé, g) závislé.

2. a) $\lambda = 15$, b) $\lambda \neq 12$, c) takové λ neexistuje.