



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií ■

ZPRÁVA O PROVEDENÉM MĚŘENÍ

Experimentální metody v pružnosti a pevnosti

VÍCEOSÁ NAPJATOST (TLAKOVÁ NÁDOBA)

3. 12. 2015

Jan Kredba



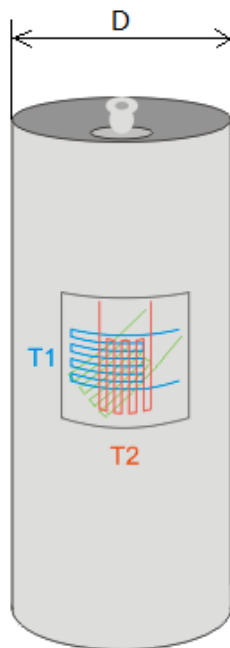
1 Úvod

Předmětem tohoto měření je stanovení axiální a obvodové deformace uzavřené nádoby pod vnitřním přetlakem. Tyto deformace jsou měřeny odporovými tenzometry, které zajišťují převod mechanických veličin na elektrický signál v podobě rozdílu napětí na diagonále můstku. Cílem tohoto měření je experimentálně ověřit teoretický poměr axiální a obvodové deformace válcové nádoby a dále určit vnitřní přetlak nádoby, jenž tyto deformace způsobil.

1.1 Metody měření

Pro měření axiální i obvodové deformace byla vybrána uzavřená hliníková plechová nádoba obsahující nápoj sycený oxidem uhličitým. Vnitřní přetlak této nádoby byl způsoben právě oxidem uhličitým, který se již díky nasycenosti nápoje v něm dále nemohl rozpustit. Před vlastním měřením byl navíc přetlak ještě zvýšen zahřátím nápoje na cca 25°C a několikanásobným zatřesením celou nádobou. Tím došlo k úniku ještě většího množství plynu z nápoje a celkový tlak uvnitř nádoby se tak ještě zvýšil.

Povrchové deformace pláště válcové nádoby byly měřeny pomocí tenzometrické růžice obsahující celkem 3 fóliové tenzometry pootočené o úhly 0°, 45°, a 90° (úhly jsou vztaženy vzhledem k poloze prvního tenzometru). Ta byla umístěna přibližně v polovině výšky nádoby naproti místu, o které se člověk při jejím otevírání opírá prstem. Tím byl minimalizován vliv externí síly během otevírání na samotné výsledky měření. Jelikož jsou měřeny pouze povrchové deformace, je možné tento případ víceosé napjatosti převést na napjatost rovinnou. V případě válcové nádoby jsou navíc předem známé hlavní směry hlavních napětí, a proto k jejich měření plně postačí pouze 2 z celkem 3 dostupných tenzometrů (konkrétně tenzometry navzájem pootočené o 90°). Schéma měřicí aparatury pro měření povrchových deformací pláště válcové nádoby je vyobrazeno na obrázku 1.

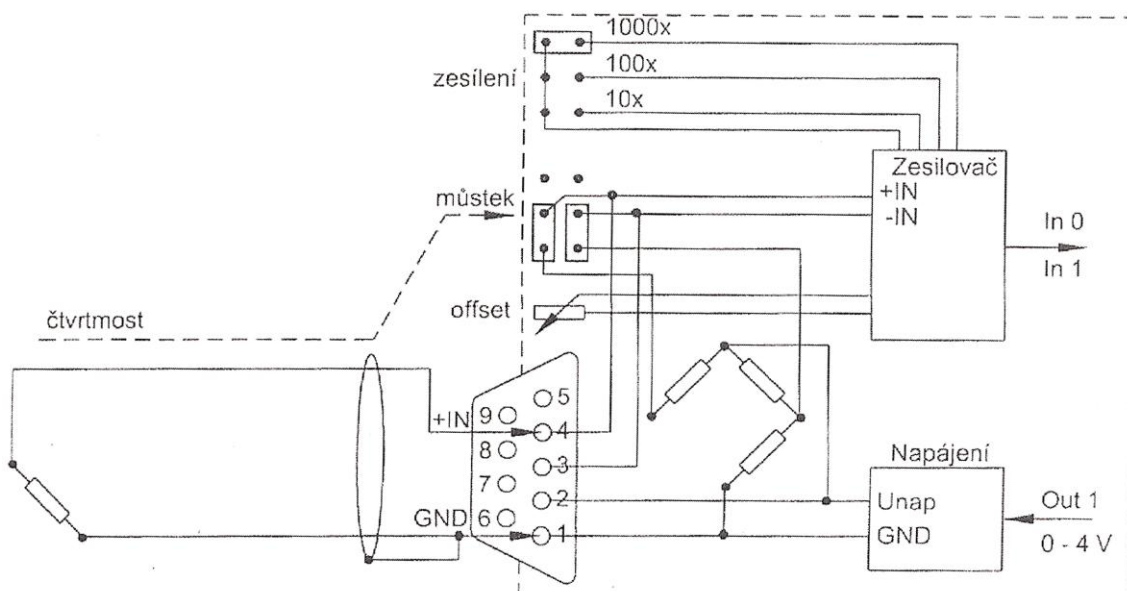


Obrázek 1 - Schéma měřicí aparatury pro měření axiální a obvodové deformace

Jak již bylo řečeno, před samotným měřením bylo s nádobou zatřesen a následně vyčkáno do ustálení vnitřního přetlaku. Poté bylo zahájeno měření napětí na diagonálách můstků, do kterých byly výše uvedené tenzometry zapojeny, během kterého byla nádoba otevřena. Z rozdílů napětí před a po otevření nádoby je následně možné stanovit axiální a obvodovou deformaci jejího pláště.

1.2 Prostředky a parametry měření

Měření axiální a obvodové deformace pláště nádoby bylo realizováno dvojicí tenzometrů umístěných na jedné tenzometrické růžici, které byly navzájem pootočený o 90°. Každý z těchto tenzometrů byl přitom v zapojení tzv. čtvrtmostu zapojen do vlastního měřicího můstku. Zbylé tři prvky každého můstku tak tvořily pouze rezistory o shodných hodnotách elektrického odporu, jaký měl daný tenzometr. V tomto zapojení však není provedena teplotní kompenzace, a proto s postupem času dochází k „rozjždění“ parametrů celé měřicí aparatury. Z tohoto důvodu bylo nutné měřicí můstek napájet nižším napětím, aby nedocházelo k přílišnému zahřívání daného tenzometru. Schéma zapojení tenzometrů do měřicího řetězce je vyobrazeno na obrázku 2.



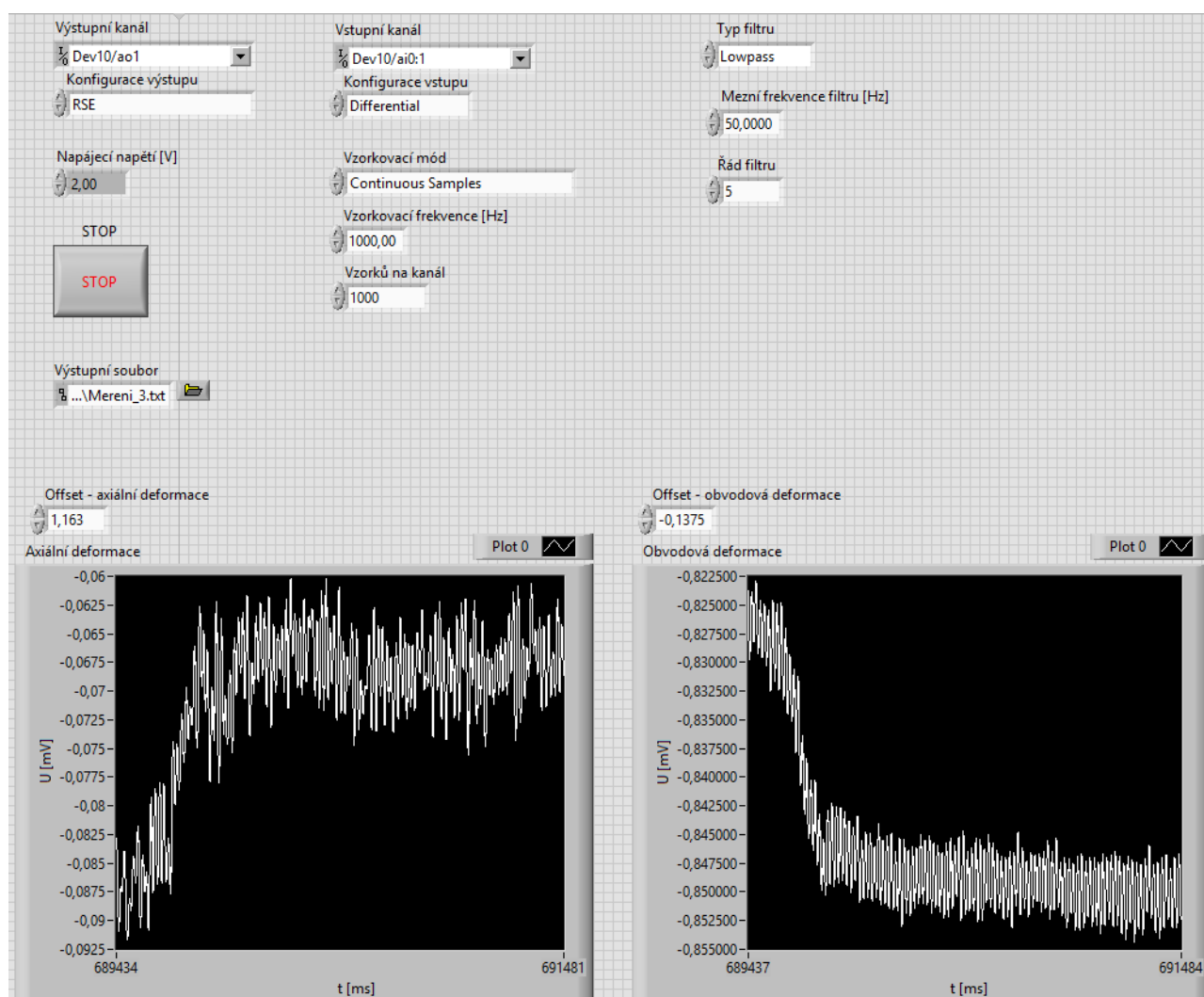
Obrázek 2 - Schéma zapojení tenzometrů do měřicího řetězce

Vzhledem k velmi malým deformacím na povrchu pláště nádoby jsou i výsledné změny napětí na diagonálách můstků velmi malé, a proto byly před vlastním měřením zesíleny pomocí zesilovače 1000x. Takto zesílená napětí byla následně změřena měřicí kartou NI USB 6009. Kompletní seznam parametrů měřicí aparatury je uveden v tabulce 1.

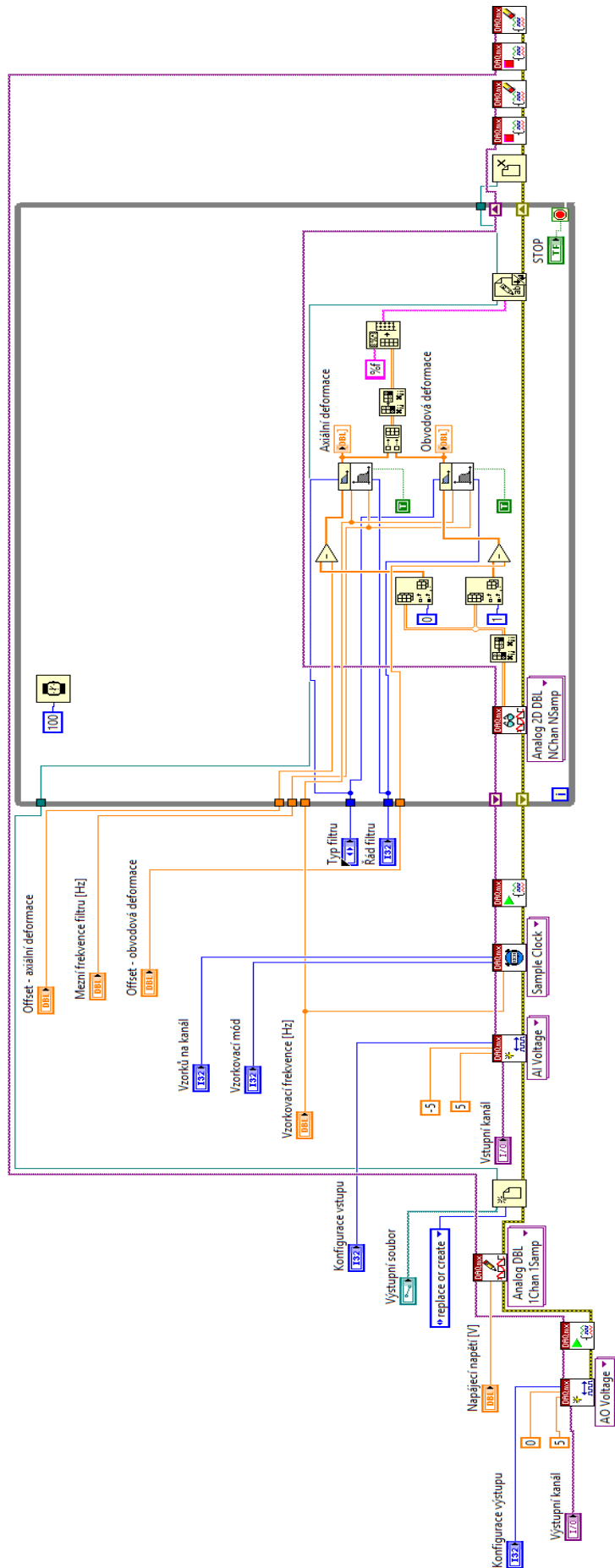
Ke sběru dat z měřicí karty bylo využito programového prostředí LabVIEW, ve kterém byl realizován měřicí software. Ten byl vytvořen za pomoci sady již implementovaných SubVI pro komunikaci s měřicími kartami NI DAQ. Front panel, sloužící k ovládání měření, je vyobrazen na obrázku 3 a Block diagram výsledného programu je vyobrazen na obrázku 3.

Tabulka 1 - Parametry měřící aparatury

Veličina	Značení	Hodnota
Průměr nádoby	D	52,68 mm
Tloušťka stěny nádoby	t	0,08 mm
Modul pružnosti hliníku	E	70 GPa
Poissonovo číslo pro hliník	μ	0,33
Gauge faktor tenzometru pro axiální deformaci	k_a	2,03
Gauge faktor tenzometru pro obvodovou deformaci	k_o	2,08
Nominální elektrický odpor tenzometrů	R	120 Ω
Napájecí napětí můstku	U_N	2 V
Vzorkovací frekvence měření	f_{vz}	1 kHz
Zsílění vstupního zesilovače	-	1000



Obrázek 3 - Front panel programu pro sběr dat v prostředí LabVIEW



Obrázek 4 - Block diagram programu pro sběr dat v prostředí LabVIEW

1.3 Teoretické vztahy

V případě tenkostěnné válcové nádoby, kdy uvažujeme tloušťku stěny nádoby t výrazně menší, než je její poloměr R , lze axiální napětí σ_a a obvodové napětí pláště válce σ_o vyjádřit dle vztahů (1) a (2), kde p je tlak uvnitř nádoby a D průměr podstavy nádoby.

$$\sigma_a = p \cdot \frac{D}{4 \cdot t} \quad (1)$$

$$\sigma_o = p \cdot \frac{D}{2 \cdot t} \quad (2)$$

Jelikož lze případ víceosé napjatosti pláště tenkostěnné válcové nádoby pod vnitřním tlakem považovat za napjatost rovinnou, platí dále pro axiální relativní deformaci ε_a a obvodovou relativní deformaci ε_o vztahy (3) a (4), kde E je Youngův modul pružnosti daného materiálu.

$$\varepsilon_a = \frac{1}{E} (\sigma_a - \mu \cdot \sigma_o) \quad (3)$$

$$\varepsilon_o = \frac{1}{E} (\sigma_o - \mu \cdot \sigma_a) \quad (4)$$

Ze vztahů (3) a (4) lze následně vyjádřit velikosti axiálního a obvodového napětí v závislosti na axiální a obvodové deformaci, jak uvádí vztahy (5) a (6).

$$\sigma_a = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_a + \mu \cdot \varepsilon_o) \quad (5)$$

$$\sigma_o = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_o + \mu \cdot \varepsilon_a) \quad (6)$$

Při měření povrchových deformací odporovými tenzometry v zapojení tzv. čtvrtmostu lze závislost relativní změny napětí na diagonále můstku ΔU_G vůči napájecímu napětí U_N na měřené relativní deformaci ε vyjádřit dle vztahu (7), kde k označuje gauge faktor daného tenzometru.

$$\frac{\Delta U_G}{U_N} = \frac{k}{4} \varepsilon \quad (7)$$

Vztah (7) lze následně upravit do tvaru, kdy je možné určit velikost dané relativní deformace ze známého rozdílu napětí na diagonále můstku ΔU_G , jak je uvedeno ve vztahu (8).

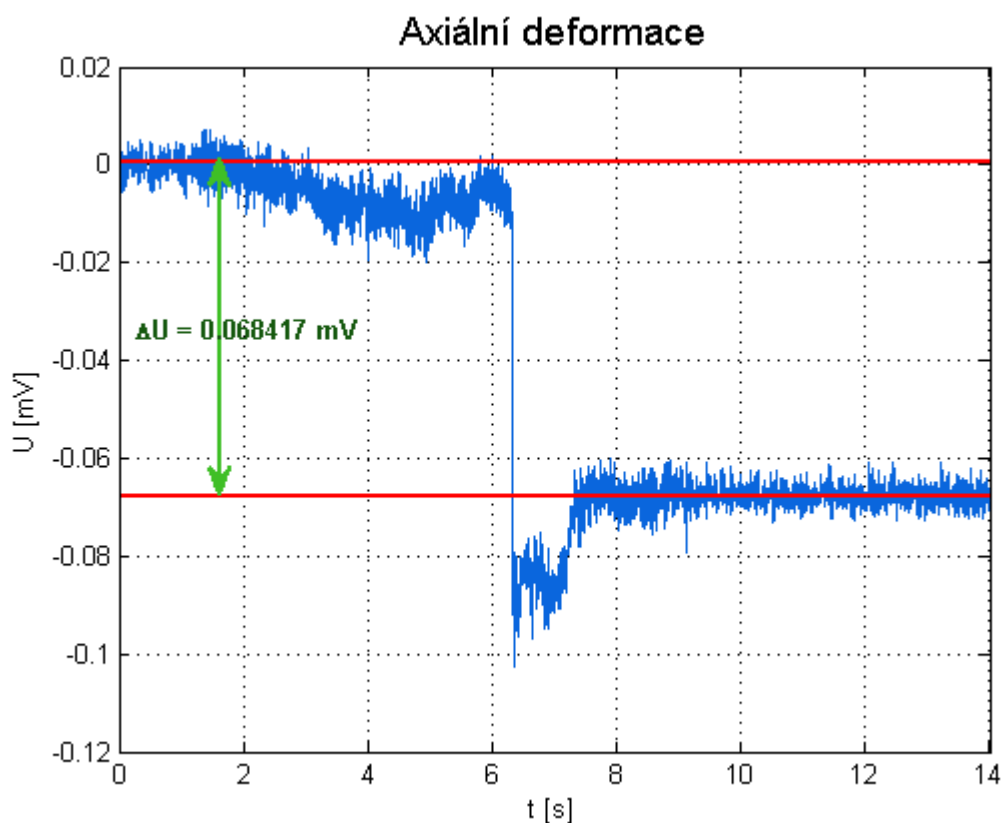
$$\varepsilon = \frac{4 \cdot \Delta U_G}{k \cdot U_N} \quad (8)$$

Ze vztahů (1) a (2) je dále patrné, že teoretický poměr $\frac{\sigma_o}{\sigma_a}$ je roven 2. Při dosazení této závislosti do vztahů (3) a (4) lze následně určit teoretický poměr mezi obvodovou a axiální relativní deformací, jak uvádí vztah (9).

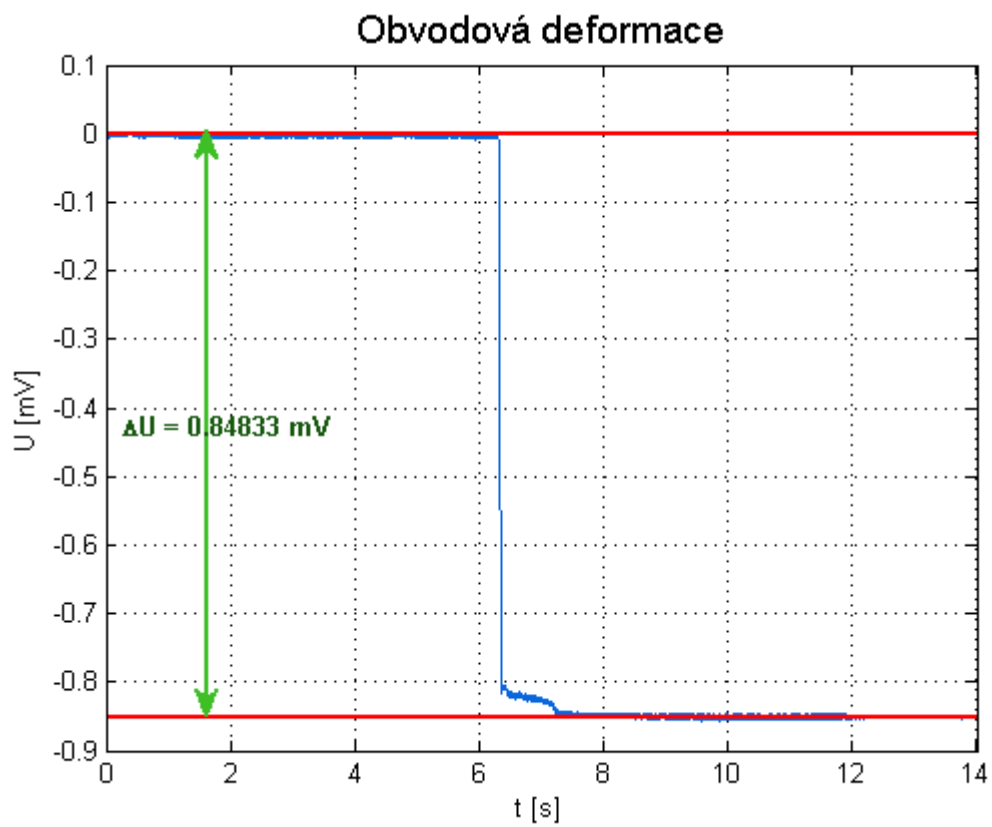
$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_a} = \frac{\frac{1}{E}(\sigma_o - \mu \cdot \sigma_a)}{\frac{1}{E}(\sigma_a - \mu \cdot \sigma_o)} = \frac{2\sigma_a - \mu \cdot \sigma_a}{\sigma_a - 2\mu \cdot \sigma_a} = \frac{2 - \mu}{1 - 2\mu} \quad (9)$$

2 Naměřená data

Měření obou deformací (axiální i obvodové) probíhala zároveň, kdy byl signál z tenzometru T2 (viz obrázek 1) přiveden na kanál 0 a signál z tenzometru T1 na kanál 1 měřicí karty NI USB 6009. Oba měřicí můstky byly napájeny napětím $U_N = 2\text{ V}$ a měřený signál byl snímán v kontinuálním režimu se vzorkovací frekvencí $f_{vz} = 1\text{ kHz}$. Takto získaná data byla dále filtrována dolnoproputným filtrem pátého řádu s mezní frekvencí $f_c = 50\text{ Hz}$. Měření bylo započato při zvýšeném vnitřním tlaku uvnitř nádoby, který byl jejím otevřením v průběhu měření následně uvolněn. Naměřená data pro axiální deformaci jsou uvedena v grafu na obrázku 5 a pro obvodovou deformaci v grafu na obrázku 6.



Obrázek 5 - Naměřené hodnoty napětí na diagonále můstku pro axiální deformaci



Obrázek 6 - Naměřené hodnoty napětí na diagonále můstku pro obvodovou deformaci

3 Vyhodnocení naměřených dat

Z naměřených rozdílů napětí na diagonálách můstků pro axiální a obvodovou deformaci lze určit dle vztahu (8) velikosti relativní axiální a obvodové deformace při vnitřním přetlaku válcové nádoby, jak uvádí rovnice (10) a (11).

$$\varepsilon_a = \frac{4 \cdot \Delta U_{Ga}}{k_a \cdot U_N} = \frac{4 \cdot 6,8417 \cdot 10^{-5} V}{2,03 \cdot 2V} \doteq \underline{\underline{6,741 \cdot 10^{-5}}} \quad (10)$$

$$\varepsilon_o = \frac{4 \cdot \Delta U_{Go}}{k_o \cdot U_N} = \frac{4 \cdot 8,4833 \cdot 10^{-4} V}{2,08 \cdot 2V} \doteq \underline{\underline{8,157 \cdot 10^{-4}}} \quad (11)$$

Z takto experimentálně zjištěných hodnot relativních axiálních a obvodových deformací lze určit jejich experimentálně zjištěný poměr, jenž je uveden v rovnici (12).

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_a} = \frac{8,157 \cdot 10^{-4}}{6,741 \cdot 10^{-5}} \doteq \underline{\underline{12,10}} \quad (12)$$

Teoretickou hodnotu tohoto poměru lze následně určit pomocí vztahu (9).

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_a} = \frac{2 - \mu}{1 - 2\mu} = \frac{2 - 0,33}{1 - 2 \cdot 0,33} \doteq \underline{\underline{4,91}} \quad (13)$$

Ze známých hodnot relativních axiálních a obvodových deformací lze poté dle vztahů (5) a (6) určit axiální a obvodové napětí pláště tenkostěnné válcové nádoby.

$$\sigma_a = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_a + \mu \cdot \varepsilon_o) = \frac{7 \cdot 10^{10} Pa}{1 - 0,33^2} (6,741 \cdot 10^{-5} + 0,33 \cdot 8,157 \cdot 10^{-4}) \quad (14)$$
$$\sigma_a \doteq \underline{\underline{26,44 MPa}}$$

$$\sigma_o = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_o + \mu \cdot \varepsilon_a) = \frac{7 \cdot 10^{10} Pa}{1 - 0,33^2} (8,157 \cdot 10^{-4} + 0,33 \cdot 6,741 \cdot 10^{-5}) \quad (15)$$
$$\sigma_o \doteq \underline{\underline{65,82 MPa}}$$

Jak již bylo řečeno v kapitole 1.3 teoretický poměr $\frac{\sigma_o}{\sigma_a}$ je roven 2. Z experimentálně zjištěných hodnot napětí σ_a a σ_o lze tento poměr určit jako:

$$\frac{\sigma_o}{\sigma_a} = \frac{65,82 MPa}{26,44 MPa} \doteq \underline{\underline{2,49}} \quad (16)$$

Pomocí vztahů (1) a (2) je následně možné z axiálního či obvodového napětí určit vnitřní přetlak v nádobě. Výpočty vnitřního přetlaku z axiálního i obvodového napětí jsou uvedeny v rovnicích (17) a (18). Kompletní seznam všech naměřených a vypočtených hodnot je poté uveden v tabulce 2.

$$p = \frac{4 \cdot t \cdot \sigma_a}{D} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot 26,44 \cdot 10^6 \text{ Pa}}{5,268 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \doteq \underline{\underline{160,6 \text{ kPa}}} \quad (17)$$

$$p = \frac{2 \cdot t \cdot \sigma_o}{D} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot 65,82 \cdot 10^6 \text{ Pa}}{5,268 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \doteq \underline{\underline{199,9 \text{ kPa}}} \quad (18)$$

Tabulka 2 - Kompletní seznam vypočtených mechanických veličin

Veličina	Značení	Hodnota
Axiální relativní deformace	ε_a	$6,741 \cdot 10^{-5}$
Obvodová relativní deformace	ε_o	$8,157 \cdot 10^{-4}$
Experimentálně zjištěný poměr relativních deformací	$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_a}$	12,10
Teoretický poměr relativních deformací	$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_a}$	4,91
Axiální napětí	σ_a	24,44 MPa
Obvodové napětí	σ_o	65,82 MPa
Experimentálně zjištěný poměr obvodového a axiálního napětí	$\frac{\sigma_o}{\sigma_a}$	2,49
Teoretický poměr obvodového a axiálního napětí	$\frac{\sigma_o}{\sigma_a}$	2
Vnitřní přetlak nádoby (výpočet pomocí σ_a)	p	160,6 kPa
Vnitřní přetlak nádoby (výpočet pomocí σ_o)	p	199,9 kPa

4 Závěr

Teoretický poměr obvodové a axiální relativní deformace, jehož hodnota by měla být rovna 4,91, se bohužel experimentálně ověřit nepodařilo. Experimentálně zjištěná hodnota tohoto poměru činila 12,10, což je více jak dvojnásobná hodnota, než jaká byla předpokládána. Obdobné výsledky byly zjištěny u poměru obvodového a axiálního napětí pláště tenkostěnné válcové nádoby. Teoretická hodnota tohoto poměru je 2, avšak experimentálně byla zjištěna hodnota 2,49.

Tento nesoulad výsledků měření s teorií může být způsoben změnou parametrů měřeného objektu při samotné přípravě měření. Před vlastním lepením tenzometrů byl totiž povrch tenkostěnné plechové nádoby zbaven povrchového laku pomocí smirkového papíru. Zároveň s lakem však byla odebrána i část materiálu stěny plechové nádoby. Jelikož má stěna sama o sobě již velmi malou tloušťku, mohlo se tak jednat o nezanedbatelnou část.

Z naměřených dat byl dále vypočten přetlak uvnitř nádoby, jehož hodnota se pohybovala v rozmezí 160 ÷ 200 kPa. Toto rozmezí je zde uvedeno záměrně, jelikož nelze jednoznačně určit, která z vypočtených krajních hodnot více odpovídá realitě, resp. zda bylo přesnější měření axiální či obvodové deformace.